Ayuda para Resolver Problemas

RPA 2021, Teoría, Dr. Luis Reynoso

07 febrero, 2021

Resumen

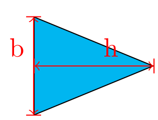
En este apunte incluimos fórmulas de area y perímetro de distintas figuras geométricas, y se describe la función cuadrática y cómo calcular el mínimo común divisor, y el máximo común múltiplo. También incluye las funciones de Entrada y Salidad de JAVA, Funciones matemáticas de MATH y el código elemental para escribir un programa 'Hola Mundo'.

Introducción

Figuras Geométricas

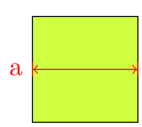
Elementos, Perímetro y Área.

Triángulo



Perímetro: $P = lado1 + lado2 + lado3$
Área: $A = \frac{bh}{2}$

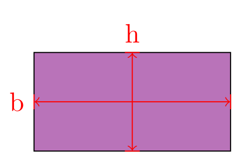
Cuadrado



Perímetro: $P = 4a$

Área: $A = a^2$

Rectángulo



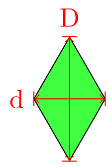
Base b: Base

Altura h: altura

Perímetro: $P = 2b + 2h$

Área: $A = bh$

Rombo



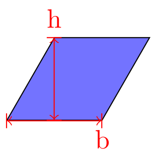
d: Diagonal menor

D: Diagonal mayor

Perímetro: $P = 4a$

Área: $A = \frac{Dd}{2}$

Romboide



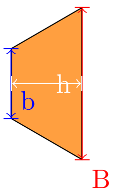
b: Base

h: altura

Perímetro: $P{=}2b + 2h$

Área: $A{=}bh$

Trapecio



b: Base menor

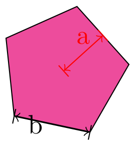
B: Base mayor

h: Altura

Perímetro: $P{=}l + m + n + o$

Área: $A{=}\frac{h(B+b)}{2}$

Pentágono Regular



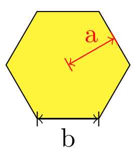
a: Apotema

b: Base

Perímetro: $P = 5\ b$

Área: $A = \frac{Pa}{2}$

Hexágono Regular



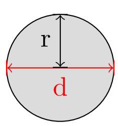
{b: Base}

{a: Apotema}

Perímetro: $P = 6b$

Área: $A = \frac{Pa}{2}$

Círculo



Π: 3,1416

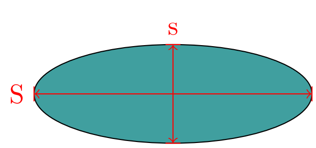
r: radio

D: Diámetro

Perímetro: $P = d\ \Pi$

Área: $A = \Pi\ r^2$

Elipse



s: Semieje menor

S: Semieje mayor

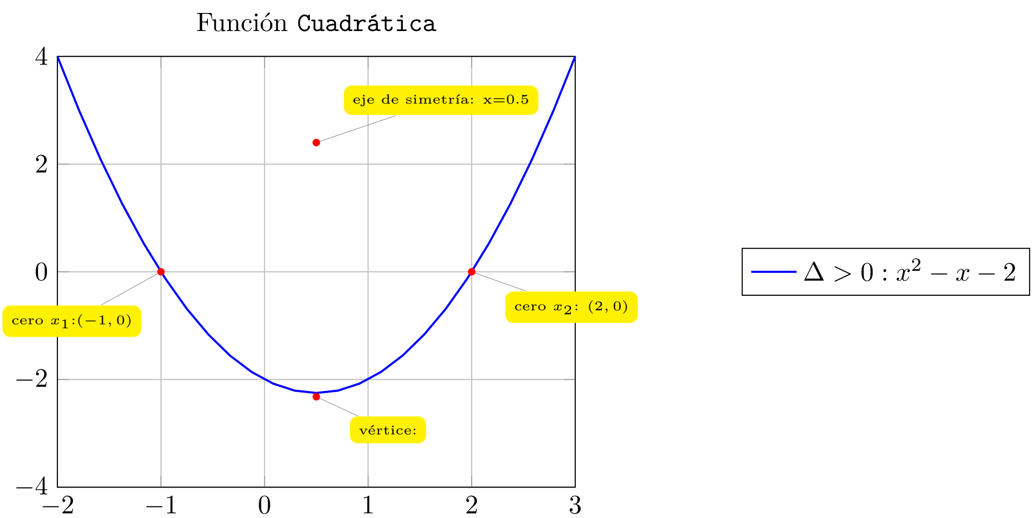
A $= \Pi\ S\ s$

La función cuadrática

La función cuadrática es una función muy común en Matemática. Es una función de segundo grado ya que la x aparece elevada al cuadrado como máxima potencia. Su representación gráfica es una parábola. El punto característico de la parábola es su vértice. En dicho punto la función pasa de ser creciente a decreciente o viceversa.

$$y = \underbrace{a.x^2}_{\text{Término Cuadrático}} + \underbrace{bx}_{\text{Término Lineal}} + \underbrace{c}_{\text{Término Independiente}}$$

La siguiente figura muestra los elementos principales de una parábola: el vértice, los ceros (si existen) de la parábola y el eje de simetría. A continuación mostraremos las fórmulas necesarias para hallar estos elementos en una parábola cualquiera.



La función cuadrática, como toda función puede tener *ceros* o *raices*, que son valores de la variable independiente x que hacen cero a la función y. Es decir si la funcion cuadrática tiene la forma $y = ax^2 + bx + c$, para encontrar los ceros debemos resolver $0 = ax^2 + bx + c$. Despejando x obtenemos la *fórmula Resolvente de la ecuación de Segundo Grado*:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La fórmula anterior permite hallar las dos raíces o ceros de la ecuación cuadrática, lo que se logra al tomar alternativamente los signos + y −. El ejemplo de la parábola de la figura **??** muestra dos ceros reales y distintos, en este caso corta dos veces en su trayectoria real al eje x en los puntos x_1 y x_2.

Analicemos los tipos de solución de la ecuación de segundo grado. El radicando de la fórmula resolvente, llamado discriminante (cuya notación es Δ) determina el tipo de soluciones que tiene la ecuación de segundo grado. La siguiente figura muestra el discriminante en la fórmula resolvente.

1. Si el discriminante es positivo ($\Delta > 0$): la raíz cuadrada de un número positivo es también positiva, con lo cual el doble signo de la raíz cuadrada lleva a dos raíces reales y distintas. La curva cortará entonces dos veces en su trayectoria real al eje x.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$$

Discriminante

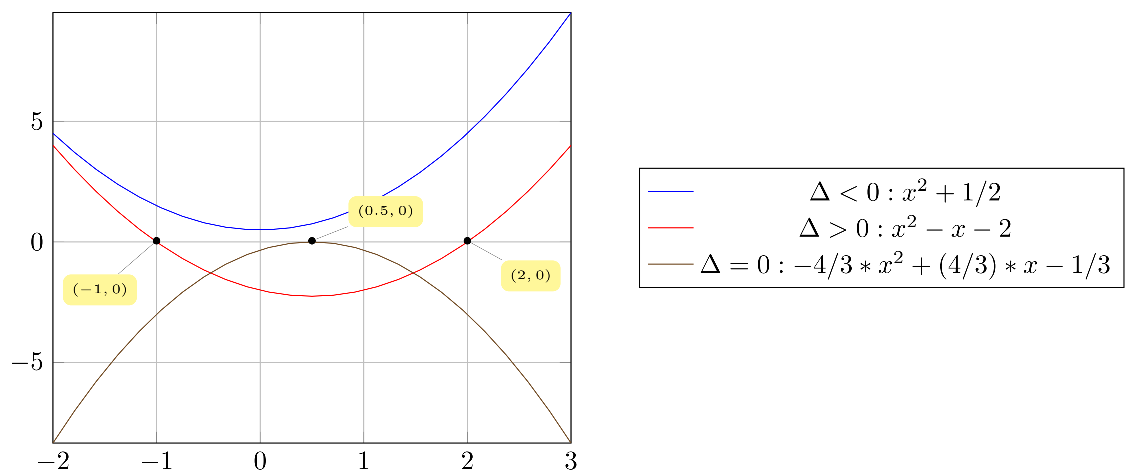
Figure 1: Discriminante en la Resolvente

2. Si el discriminante es cero ($\Delta = 0$): La raíz cuadrada de cero es cero, con lo cual el doble signo de la raíz cuadrada lleva a dos raíces reales e iguales, o puede decirse una raíz real doble. La curva tocará entonces una sola vez al eje x sin atravesarlo. Puede verse que la curva no cruza el eje de las abscisas, o sea que tiene su vértice sobre dicho eje.

3. Si el discriminante es negativo ($\Delta < 0$): La raíz cuadrada de un número negativo no tiene resultado en el campo real, con lo cual la solución son dos raíces complejas conjugadas. La curva no toca en este caso al eje x sino que se halla siempre por arriba o por debajo de dicho eje de abscisas.

La figura que se muestra a continuación grafica tres parábolas distintas ejemplificando los distintos casos que puede asumir el discriminante, esto es $\Delta < 0$, $\Delta > 0$ y $\Delta = 0$.

Ejemplos de distintos valores para el `Discriminante`



Común Divisor

El Máximo Común Divisor (MCD) de dos o más números naturales es el mayor divisor posible de todos ellos. Es el producto de sus factores comunes elevados al menor exponente.

Ejemplo:¿Cuál es MCD(48,60)?

descomponemos en factores de esta forma:

$$
\begin{array}{l|l}
48 & 2 \\
24 & 2 \\
12 & 2 \\
6 & 2 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l|l}
60 & 2 \\
30 & 2 \\
15 & 3 \\
5 & 5 \\
1 & \\
 &
\end{array}
$$

Luego 48= 2^4 * 3 ; 60 = 2^2*5*3
mcm(72,50)= 2^2*3= 12
mcm(72,50)=12

El Mínimo Común Múltiplo (mcm) de dos o más números es el menor múltiplo común distinto de cero. Es el producto de factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

Ejemplo: ¿Cuál es el mcm (72, 50)?

descomponemos en factores de esta forma:

$$
\begin{array}{l|l}
72 & 2 \\
36 & 2 \\
18 & 2 \\
9 & 3 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l|l}
50 & 2 \\
25 & 5 \\
5 & 5 \\
1 & \\
 & \\
 &
\end{array}
$$

Luego 72= 2^3 * 3^2 ; 50 = 2 * 5^2
mcm(72,50)= 2^3*3^2*5^2= 1800
mcm(72,50)=1800

Ayuda para Java

Entrada y Salida

Al hablar de entrada y salida nos referimos al ingreso de datos por parte del usuario y salida de la computadora por ejemplo en la pantalla al usuario.

Utilizaremos componentes de software ya definidos para hacer el ingreso de datos y la salida de los mismos en pantalla. La Tabla 1 describe estos componentes.

Operación	**Java**
Mostrar mensajes por pantalla (Salida)	System.Out.print() System.Out.println()
Leer datos del usuario (Entrada)	Dependiendo del caso: TecladoIn.readLineInt(); (int) TecladoIn.readLineLong(); (long) TecladoIn.readLineFloat(); (float) TecladoIn.readLineDouble(); (double) TecladoIn.readLineNonWhiteChar(); (char) TecladoIn.readLineInt(); (cadenas) Nota: También puede utilizar DataInputStream

Table 1: Entrada y Salida de datos

Java

Todo programa tiene una parte principal que dirige el funcionamiento del mismo. Utilizaremos el siguiente esquema general para definir todos nuestros programas.

```
public class NombreClase
{
public static void main( String[] args )
{
// Aqui va el código de nuestro programa
}
}
```

Ejemplo:

```
public class PrimerPrograma
{
// Parte principal de programa
public static void main( String[] args )
{
// Declaración de variables
int anioNacimiento;
int anioActual = 2007;
int edad;
// Pedimos un dato al usuario
System.out.print("Ingrese el anio de su nacimiento");
// Leemos el dato del usuario
anioNacimiento = TecladoIn.readLineInt();
// Calculamos la edad del usuario
 edad = anioActual - anioNacimiento;
// Mostramos por pantalla la edad del usuario
System.out.println("Su edad es: "+ edad);
}
}
```

Cada programa que realicemos debe estar guardado en un archivo con el nombre que le dimos en la línea de definición del mismo. En este caso el archivo donde guardaremos nuestro programa se llamará PrimerPrograma.java y al ser compilado se generará PrimerPrograma.class.

Debe recordar que Java es sensible a mayúsculas y minúsculas, por lo que el nombre del archivo debe coincidir incluso en las mayúsculas y minúsculas usadas.

Importante: TecladoIn (.java y .class) debe estar en el mismo espacio de trabajo en que se desarrollan los programas que la utilizan, es decir en el mismo directorio.

Funciones Matemáticas (MATH)

Java ofrece un gran número de funciones matemáticas básicas. La siguiente tabla muestra algunas de ellas:

Método	**Devuelve**
static int abs (int *num*)	valor absoluto de num
static double acos (double *num*) static double asin (double *num*) static double atan (double *num*)	arco coseno de *num* arco seno de *num* arco tangente de *num*
static double cos (double *angulo*) static double sin (double *angulo*) static double tan (double *angulo*)	coseno de *angulo* seno de *angulo* tangente de *angulo*
static double ceil (double *num*)	techo de num, por ej. el entero más pequeño mayor o igual a *num*
static double exp (double *pot*)	valor e a la *pot*
static double floor (double *num*)	piso de *num*, por ej, el entero más grande menor o igual a *num*
static double pow (double *num*, double *power*)	*num* elevado a la potencia *power*
static double razon ()	número aleatorio entre 0 (inclusive) y 1 (inclusive)
static double sqrt (double *num*)	la raíz de *num* que debe ser positivo

Por ejemplo para calcular el valor absoluto de un número la llamada a la función abs será:

```
int x= Math.abs(-15);
System.out.println("el valor absoluto de -15 es: "+x);
```

Lo cual mostrará en pantalla el siguiente mensaje:

el valor absoluto de -15 es: 15.

Por ejemplo para calcular la potencia de un número elevado a otro, ambos leídos por teclado, el código será: double x, y;

```
x = TecladoIn.readDouble();
y = TecladoIn.readDouble();
double pot = Math.pow(x,y);
System.out.println("La potencia de "+x+" elevado : "+y+" es "+pot);
```

Lo cual dará, para una entrada donde $x = 2$ e $y = 8$, el siguiente mensaje en pantalla:

La potencia de 2.0 elevado 8.0 es 256.0