# Visualización de estudios en Ingeniería con Gráficos Factoriales basado en Simetrías del Espacio Euclidiano

Cesari, R<sup>1</sup>., Cesari M<sup>2</sup>., Balacco, J<sup>3</sup>.

- <sup>1</sup> Investigador Laboratorio LECER, Dpto Electronica FRMendoza UTN. ricardocesari@ymail.com
- <sup>2</sup> Docente Investigador Lab. ILICO LECER, Dpto Electronica FRMendoza UTN matilde.cesari@frm.utn.edu.ar
- <sup>3</sup> Docente Investigador .Director de Area CERECON bacoom@gmail.com

Resumen: El principio de simetría de los datos es simplemente una afirmación de que cada una de las variables en un diseño factorial puede ser seleccionada como objeto de estudio y que las operaciones definidas para esa variable pueden ser transformadas en el estudio de otra variable latente, revelando conocimiento subyacente, expresado en el *Diagrama de la Dualidad*. Nuestro enfoque resulta en la construcción relativamente rápida de un mapa de niveles de campo electromagnético con valores no georeferenciados, que caracteriza y delinea las zonas de mayor y menor inmisión en un plano factorial euclidiano. La ventaja principal del método es que los niveles de inmisión electromagnética son estimados en zonas de variación continua coloreadas o en tonos de grises, sobre las componentes principales donde están representados sitios localizados de mediciones realizadas de campo eléctrico ambiental. En este artículo proponemos un nuevo enfoque para la cartografía de la exposición electromagnética, que se asemeja a métodos que son una práctica común en el cartografiado de datos.

Palabras claves: espacio euclidiano, Gráficos de contornos, regresión, interpolación factorial.

#### 1. INTRODUCCION

## 1.2. Los Mapas de Probabilidad

La ampliación de la capacidad funcional de los sistemas de información geográfica con herramientas para el análisis espacial es un área de investigación cada vez más activa en varias disciplinas. Asimismo, los gráficos factoriales obtenidos por métodos multivariados ya son utilizados frecuentemente para el *Diagnóstico por Imágenes de Datos*, en estudios de Ingeniería y otras disciplinas.

El concepto de distribución espacial considera que un conjunto de entidades de un mismo tipo se distribuyen de una forma determinada en el espacio geográfico. Pueden ser puntos, líneas o áreas con diferentes atributos asociados que quedan repartidos junto a las entidades que los contienen y pueden ser estudiados en base al análisis espacial (Webster, R., & Oliver, M. A.2001).

En estudios de Ingeniería, debido al alto costo y a los recursos escasos, la recolección de datos usualmente es llevada a cabo sólo en un número finito y muy limitado de ubicaciones de puntos seleccionados. Utilizando Sistemas de Información Geográfica y la interpolación de esos puntos pueden ser aplicados y crear una superficie continua con estimaciones realizadas para una cobertura completa mayor, (Miranda-Salas & Condal 2003) Figura 1.

En su definición básica, esta interpolación es un procedimiento utilizado para predecir el valor de un atributo ponderado en una locación precisa, a partir de valores del atributo obtenidos de locaciones vecinas, ubicadas al interior de la misma región o unidad espacial contenedora (Miranda-Salas & Condal 2003). La localización geográfica del área experimental y el esquema de muestreo del sitio son las principales tareas iniciales de los estudios. Todo conjunto de datos que pueda ser referenciado a partir de un sistema de coordenadas con un punto de origen conocido (latitud/longitud o UTM) se ve condicionado por el principio de auto correlación espacial, según el cual todo se relaciona con todo, pero las cosas más próximas o cercanas se relacionan más que las distantes (Tobler 1970). Los Sistemas de Información Geográfica (SIG), actualmente presentan enormes ventajas para abordar el problema de la auto correlación espacial, entre las cuales se encuentran herramientas para el análisis exploratorio de datos y la generación de superficies continuas a partir de los mismos, utilizando interpoladores espaciales,(Webster, R., & Oliver, M. A. 2001). En esta familia de recursos, nos encontramos con soluciones del tipo predicciones por la media ponderada del inverso de la distancia (inverse distance weighted - IDW) o el Kriging, que se utiliza en geoestadística cuando se requiere proporcionar estimaciones probabilísticas de la calidad de interpolación (Chilés & Delfiner, 1999).

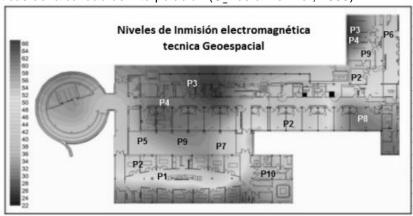


Figura 1. Gráfica de Contornos de niveles de Inmisión electromagnética estimados en el espacio georeferencial. *Fuente: Carranza Herrezuelo*.

La Geoestadística proporciona un marco adecuado para la creación de tales mapas de su modelo estadístico espacial que facilita la estimación de la exposición a todas las radiaciones no ionizantes. Los *Mapas de Probabilidad* se construyen con esta técnica y la teoría geoestadística de variables georreferenciadas, que están definidas con una sola variable. Sirven de apoyo para el control y monitoreo permanente de los niveles de exposición al campo EM. Si se requiere brindar mayor información, con más variables u otros atributos, se deben construir nuevos mapas condicionados a los patrones de variación propuestos, (Oliver & Webster, 1990).

El objetivo de esta técnica es crear una superficie que se destine a representar la realidad empírica (Anderson, S. 2001). Como es un método que estima valores en lugares donde no hay datos medidos disponibles, la interpolación espacial asume que los datos de niveles son continuos en el espacio.

Otra hipótesis es que el atributo es espacialmente dependiente, lo que indica que los valores más próximos son más similares que los valores más alejados (Weber, D., Englund, E.1992). Estas suposiciones permiten que los métodos de interpolación espacial puedan

ser formulados, en estudios de diversas ramas de las ciencias aplicadas y en las ingenierías, entre ellas: petróleo, minería, pesca, geofísica marina, hidrogeología, medio ambiente, estudios forestales, salud pública, ingeniería ambiental y civil, procesamiento de imágenes, cartografiados, finanzas, ciencias de los materiales, meteorología, edafología, etc.

## 1.2. Mapa Factorial Multivariado

La teoría del diagrama de dualidad desarrollada por Pages y Cazes en una serie de conferencias en 1969-1970, en su primera descripción se encuentra en la tesis de Cazes (Cazes, 1970). Después de las mejoras realizadas, se ha publicado una síntesis completa en un libro francés titulado «Introducción a l'analyse des donnés» (Cailliez y Pagès, 1976). Hasta donde sabemos, dos artículos han realizado una descripción completa de la teoría (Escoufier 1987). Supóngase que se define un concepto (aquí fenómeno) a estudiar, de cualquier disciplina y se tiene un conjunto de muestras, llamadas individuos estadísticos, en que sobre cada uno se miden variables cuantitativas. La matriz que resume todas las mediciones es una tabla de descripción de los datos (individuos x variables), llamada simplemente tabla de datos. Esta tabla puede ser vista como p puntos en un hiperespacio euclidiano R<sup>n</sup>. En este caso, cada punto corresponde a una variable (vectores columna) y cada dimensión corresponde a un individuo (filas). Las coordenadas del punto se dan entonces por los valores de las coordenadas tomados por las n muestras (individuos estadísticos) para la variable considerada. Simétricamente, puede ser visto por n puntos (individuos), tomados de las coordenadas de otro hiperespacio euclidiano R<sup>p</sup> relacionado (Figura 1).

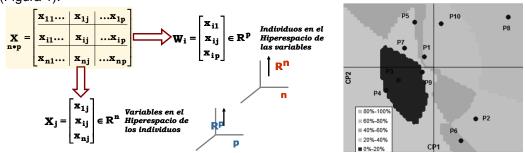


Figura 1: Representación de la tabla X como una nube de n puntos (individuos) en un hiperespacio Con p dimensiones (variables) o como una nube de p puntos (variables) en un hiperespacio con n dimensiones (individuos). Cartografía del 1º plano principal. Fuente propia Los métodos multivariados euclidianos tienen como objetivo buscar de este hiperespacio, espacios de pequeña dimensión (dos ejes para el cartografiado), donde las representaciones de las muestras (individuos) y las variables, son tan cercanas como sea posible a los originales en el hiperespacio. Para ello, necesitamos definir las relaciones entre variables y las diferencias entre individuos (Lebart 1990). Así, se define a Q, una matriz simétrica positiva de las variables (p x p); y a D, una matriz simétrica positiva de las muestras (individuos), (n x n). Q es una métrica utilizada como producto interno en el hiperespacio Rº y permite así medir distancias entre los n individuos.

**D** es una métrica usada como un producto interno en el hiperespacio R<sup>n</sup> y permite así medir las relaciones entre las **p** variables. En la práctica, la elección de las matrices **X**, **Q** y **D** está estrechamente relacionada con los objetivos del estudio. Diferentes definiciones de **X**, **Q** y **D** corresponden a diferentes métodos factoriales multivariados incluyendo, el

análisis de componentes principales ACP (para variables continuas); el análisis de correspondencias simple ACS (para frecuencias o porcentajes); y el análisis de correspondencias múltiple ACM (para variables cualitativas, categóricas).

Sobre este principio de simetría de los datos, investigadores de la Educación hablan que es simplemente una afirmación de que cada una de las variables de un diseño factorial puede ser seleccionada como objeto de estudio y que las operaciones definidas para esa variable pueden ser transformadas en el estudio de otra variable *latente*, expresado en el Diagrama de Dualidad (Gardiet et Al 1976).

Esto es, precisamente lo que en los analisis multivariados se realiza, encontrando de las variables originales, nuevas variables latentes (con conocimiento subyacente), que se utilizan para realizar predicciones e interpolaciones y encontrar zonas continuas de variación. En este caso la técnica consiste en generar los ejes principales de la forma tradicional (Manly, 1994), posteriormente realizar la correspondiente interpretación de estos en términos de la variabilidad explicada por cada componente respecto a cada variable original y finalmente llevar a cabo un análisis de interpolación a través de la estimación de la función distancia inversa ponderada de los vecinos próximos, o de semivarianza y aplicación de algún procedimiento kriging con base a los datos de los nuevos ejes generados.

En nuestro caso de estudio, el entorno electromagnético en los hospitales está creciendo en forma compleja. Fuentes de emisión electromagnética como TV, FM, GSM y otros, se están extendiendo continuamente. Por otra parte, existe una creciente demanda social para evaluar la exposición humana inducida por estas comunicaciones inalámbricas. En el proyecto de investigación PID TI 4030 UTN, desarrollado en el Laboratorio LECER, han sido exploradas aplicaciones de métodos multivariados para su análisis. *La Cartografía Funcional* en Espacios Euclidianos, tiene una influencia importante en estudios de ingeniería, dado sus mayores beneficios en la obtención de conocimiento con su aplicación, (Laslett & McBratney, 1987).

El propósito de este artículo, es proporcionar una de las aplicaciones de los *Mapas Factoriales Multivariados* para la cartografía de la exposición radioeléctrica, en lugar de los *Mapas Geoestadísticos*. De los resultados obtenidos en las mediciones de radiaciones no ionizantes realizadas en Hospitales Públicos de Mendoza, se han obtenido niveles globales y espectrales del campo electromagnético y predicho las dosis de inmisión ambiental, visualizadas en un *Mapa Factorial de Radiaciones*. Los datos de estudio se componen de dos subconjuntos, clasificados, en mediciones de *inmisión* y *emisión*; siendo las primeras, la radiación resultante del aporte de todas las fuentes de radiofrecuencia cuyos campos están presentes en el lugar; y las segundas, la radiación producida por una única fuente de radiofrecuencia. La evaluación de estos dos parámetros nos da una aproximación de los valores del campo electromagnético presente en el lugar, causados por las emisoras que afectan el sitio donde se está evaluando la radiación.

Para determinar la exposición poblacional a las radiaciones no ionizantes, es recomendado usar la medida de *inmisión*, ya que las personas se encuentran expuestas simultáneamente a muchas fuentes de radiación. La suma de las *inmisiones* en un intervalo de tiempo, da la *dosis de inmisión*, es decir, niveles de radiaciones recibidos en la zona localizada espacial y temporalmente. La técnica híbrida de regresión de mínimos cuadrados parciales, PLS y análisis factorial múltiple AFM, es el procedimiento utilizado en nuestro estudio, para relacionar las informaciones de *Inmisión y Emisión*. Es un método estadístico multivariante de 2da generación, recientemente creado. Combina y generaliza conceptos del análisis de Componentes Principales (ACP) y del análisis de Regresión

Lineal Múltiple (RLM) y resulta particularmente útil cuando se desea *predecir* un conjunto de variables dependientes [Y], desde un conjunto, posiblemente correlacionadas, de variables predictoras [X] (Legato A. M & Alonso A.2013).

El método consiste, en modelizar grupos de mediciones homogéneas, obtenidas por una clasificación de los niveles de inmisión, que se han proporcionado en los diferentes sitios localizados, en función de las características de las fuentes emisoras (valores y tipos de emisión en cada señal presente), con el objetivo de representar estas radiaciones en un Mapa Factorial Multivariado. Aplicando el modelo de regresión PLS; se predicen los coeficientes de regresión que permiten graficar los contornos de superficie donde se visualizan zonas coloreadas con niveles continuos de inmisión; y el cartografiado de los atributos de las emisiones, todo en el plano principal de las primeras componentes de un análisis de componentes principales ACP. Esta cartografía se refiere a una categoría de métodos estadísticos utilizados para relacionar, gráficamente, las intensidades de campo medidos por inmisión (mediciones en banda ancha marcadas en el mapa con contornos de superficies coloreados); y las características de las mismas señales, predichas por emisión (tipo de fuente, intensidad de campo y frecuencia específica). La información detrás de un Mapa de Radiaciones de este tipo, puede utilizarse para guiar el planeamiento de lugares seguros precautoriamente para las personas y los equipos electrónicos existentes en el lugar, ante posibles influencias de nuevas fuentes con niveles críticos para la salud e interferentes a los equipos médicos.

El gráfico de contorno obtenido representa *los niveles de inmisión indicados como porcentaje del número de mediciones por encima de la media de intensidad del campo en cada zona coloreada*. La interpretación de este mapa permite producir una visión integral del comportamiento conjunto de las variables consideradas dentro del sistema de estudio. Además de los contornos de niveles de inmisión, también se proyecta en el mapa, las frecuencias de emisión de las fuentes de mayor incidencia en las zonas estimadas. La metodología propuesta hasta el momento es tan simple como que pertenece al ámbito del análisis factorial multivariado. La ventaja principal del método es que los niveles de *inmisión* y los datos descriptivos de *emisión*, son considerados, simultáneamente, en el estudio, para obtener el espacio *Euclidiano* donde están representadas todas las radiaciones relacionadas con la localización considerada, la intensidad del campo y la frecuencia de las señales presentes; que con los Mapas Geoespaciales, no es posible obtener este tipo de descripción simultánea multivariada en un solo gráfico.

#### 2. CASO DE ESTUDIO

### 2. 1. Niveles de inmisión de radiaciones no ionizantes, RNI.

Los datos del caso de estudio que describimos, se componen del conjunto de mediciones de inmisión del campo electromagnético, de las distintas radiofrecuencias que llegan al lugar y considerando  $\bf n$  muestras (mediciones) y  $\bf p$  variables (sitios de medición), representados en una tabla  $\bf X$  ( $\bf n$   $\bf x$   $\bf p$ ).

El mapa de niveles permite generar un gráfico de los lugares sobre los cuales se pueden identificar estos niveles de radiación por encimas de la media. Existen ventajas asociadas con esta cartografía que se propone y es que sea posible visualizar en un solo mapa todos los grupos de *niveles* de mediciones, mediante el examen de la concentración de las mismas a través de las regiones coloreadas del mapa.

Nos interesamos en los niveles de radiaciones no ionizantes, de todas las fuentes, proporcionadas por las mediciones de *inmisión* (banda ancha), en cada sitio localizado. Como el número de las mismas es importante (90 mediciones en cada punto, durante 6 minutos), lo recomendado es realizar *agrupaciones* en "*clústeres homogéneos*" con el fin de facilitar la interpretación de los resultados. Para ello, el método de clasificación elegido es el de Clasificación Ascendente Jerárquica (CAH), con un truncamiento de clases que resultan óptimas. Con esta tabla de datos, se efectúa un análisis componentes (ACP) y posteriormente, la clasificación Jerárquica (clustering) por grupos. El programa utilizado es el XLSTAT 2016, que tiene implementado el algoritmo permitiendo el agrupamiento descrito. Los clústeres encontrados (8 clústeres resultaron en nuestro caso) se yuxtaponen en la tabla original de datos de inmisión. Ordenando la tabla con los baricentros Yi de cada grupo y transpuesta, de manera de tener en las filas los sitios localizados de las mediciones Pi y en las columnas los grupos homogéneos con los baricentros asignados Yi. (Tabla 1).

**Tabla 1. (a)** Baricentros de los clústeres de niveles de inmisión en cada sitio Yi y las distintas frecuencias consideradas Xi

	Y (INMISION)							X (Emisión)									
Υ	Y1	Y2	<b>Y3</b>	Y4	Y5	Y6	<b>Y7</b>	Y8	X1	X2	Х3	X4	X5	X6	X7	X8	Х9
P1	52	22	18	40	49	39	41	34	100	47	43	17	8	9	18	21	30
P2	56	48	64	6	12	50	20	63	53	11	14	39	13	9	24	13	21
P3	6	7	0	8	14	19	59	57	39	33	41	12	20	9	33	24	8
P4	6	6	4	8	52	54	5	9	46	57	25	10	25	12	31	30	3
P5	55	47	14	49	56	42	51	41	59	89	34	8	20	8	18	25	8
P6	40	44	63	7	8	56	19	59	74	28	16	34	11	13	41	18	13
<b>P7</b>	35	60	6	38	36	32	35	39	57	47	16	12	22	7	19	28	10
P8	62	20	59	64	34	65	70	29	70	66	35	21	18	10	30	23	16
P9	34	57	6	45	53	39	23	35	58	62	18	12	13	11	27	22	15

Al realizar el análisis de componentes principales ACP, se obtiene un gráfico factorial donde se visualizan la distribución de los sitios (Pi) de las mediciones.

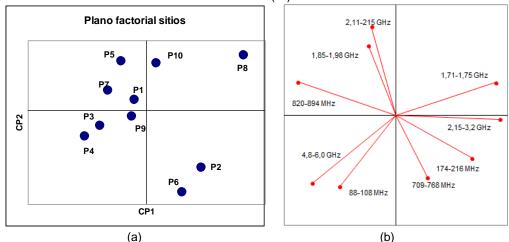


Figura 2. (a). Plano factorial de la distribución de los sitios de mediciones Pi. (b) Plano factorial de la distribución de las señales de emisión de mayor incidencia.

La propiedad de dualidad de los dos espacios, permite que a partir de las coordenadas de los puntos en el espacio factorial del ACP de dos dimensiones, que llamaremos descriptores o matriz [X] y los niveles medios de inmisión (baricentros), proporcionad por los clústeres Gi (que llamaremos matriz [Y], se pueda aplicar ahora el método de regresión de mínimos cuadrados parciales PLS para integrar los resultados del espacio de los individuos, con los datos del espacio de las variables (Clusters de niveles Yi) y obtener un continuo de puntos estimados por interpolación, superpuesto en el plano factorial principal. La técnica consiste, en modelizar para cada grupo de mediciones Yi, las medias que se han proporcionado a los diferentes puntos de medición localizados, en función de las coordenadas factoriales en el plano de los individuos, con el objetivo de representar luego estas mediciones en un mapa factorial. (McBratney et al (1981). Warrick et al (1986) muestran que, para cualquier densidad muestral, la distancia entre un punto observado y un punto a interpolar es preferible cuando la configuración de los puntos es hecha en un enmallado rectangular o cuadrado. De acuerdo con lo anterior el problema se limita a establecer para las dos componentes principales del Analisis Factorial, diferentes densidades, con un enmallado cuadrado, la relación entre las medias de predicción obtenidas en el centro de cada cuadrado y las distancias dadas por un valor h de paso. Figura 3.

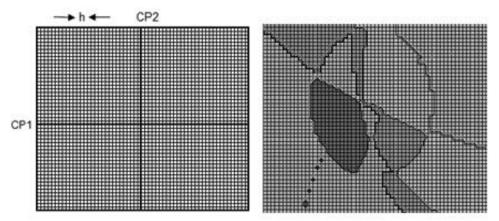


Figura 3. (a).Enmallado con paso h = 0,17 de los valores en las componentes principales CP1 y Cp2. (b), estimación por interpolación, en forma continua zonas de colores de los valores en % de niveles de inmisión, por encima de un umbral establecido (media)..

Para la estimación de la ponderación de los niveles de inmisión en el plano latente, se utilizó la distancia inversa IDW, que se basa en el supuesto de que los valores cercanos contribuyen más a los valores interpolados que a los valores distantes de las observaciones. En otras palabras, para este método la influencia de un punto de los datos está inversamente relacionada con la ubicación de la distancia que se está calculando. La ventaja es que el método es intuitivo y eficiente. Esta interpolación funciona mejor con valores distribuidos. La forma más simple de la interpolación se llama, método de Shepard. El programa XLSTAT 2014, tiene implementado el algoritmo PREMAF, que facilita esta operación de interpolación, dando como resultado el gráfico de contorno de la variación espacial de las variables (niveles de inmisión) y el Mapa factorial de los individuos (distribución de los sitios de mediciones).

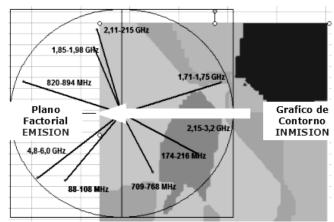


Figura 4 . Superposición del gráfico de contorno de la Inmisión con el Plano Factorial de las Emisiones

## 3. RESULTADOS.

El gráfico de contorno obtenido representa los niveles de inmision, indicados como porcentaje o numero de mediciones por encima de la media de la intensidad del campo EM en cada zona coloreada, mostrado en la Figura 5.

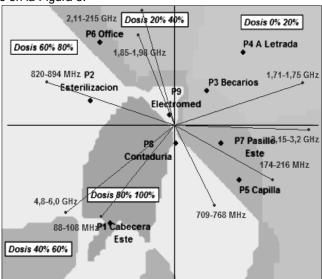


Figura 5. (a) Mapa factorial de los sitios y los contornos de la variación espacial de los niveles de inmisión y fuentes causales del nivel de inmisión en el lugar.

La condición de simetría de los dos espacios euclidianos sobre los que se crearon los planos principales, permite que se superpongan para dar lugar al cartografiado final de las radiaciones de Inmisión estudiadas. La interpretación de este mapa de predicciones obtenido sobre los componentes principales de un ACP, permite producir una visión integral del comportamiento conjunto de las variables consideradas dentro del sistema de estudio (método Nearest Neighbor). El contorno puede leerse como una probabilidad (porcentual) de superarse la intensidad media del campo en la zona coloreada.

Observando las relaciones en el gráfico, se pueden sintetizar con bastante precisión, la distribución de sitios de las mediciones realizadas dentro del Edificio y Señales de *Emisión* (de las fuentes), más influyentes en los niveles de *Inmisión*, en la Tabla.

Tabla 2. Emisiones mas influyentes de la Inmision en cada sitio de mediciones

Sitios de las mediciones	Emisiones más influyentes
P1-	<b>FM</b> (88-108) Mhz y <b>WIFI 2</b> (4,8 – 6 )Ghz
P2-	<b>Tetra</b> (820 – 894) Mhz
P3-	<b>TelCel</b> (1,71 – 1,75) GHz
P4-	<b>TelCel</b> (1,71 – 1,75) GHz
P5-	<b>TV</b> (174 – 216) MHz
P6-	<b>TelCel 4G</b> (2,11-2,15)Ghz y <b>TelCel 2G/3G</b> (1,85 – 1,98)GHz
P7-	<b>WIFI 1</b> (2,15-3,2)Ghz y <b>TV</b> (174 – 2,16)MHz
P8-	WIFI 2 (4,8 – 6 )Ghz y FM (88-108) Mhz
P9-	<b>TelCel 2G/3G</b> (1,85 – 1,98)GHz y <b>TelCel 4G</b> (2,11-2,15)Ghz

Predicción a = 0.05

#### **4 CONCLUSIONES**

Nuestro enfoque resulta en una construcción relativamente rápida, de un mapa de niveles de radiaciones preciso, de la distribución a los campos electromagnéticos no georeferenciados, que caracteriza y delinea las zonas de mayor y menor inmisión en un plano factorial euclidiano. Como tal, proporciona una representación simbólica de la exposición, que puede ser fácilmente entendida, donde el objetivo es identificar las regiones de exposición relativamente alta, media y baja. La ventaja principal del método es que los niveles de inmisión son estimados en zonas de variación continua coloreadas en el espacio euclidiano, sobre las componentes principales donde están representados los sitios localizados de las mediciones realizadas. En este artículo proponemos un nuevo enfoque para la cartografía de la exposición electromagnética, que se asemeja a métodos que son una práctica común en el cartografiado de datos, pero el propósito es proporcionar un primer ejemplo de aplicación de métodos multivariados euclidianos para la cartografía de la exposición radioeléctrica o cualquier otro concepto de otras disciplinas, definidos por variables cuantitativas. La metodología propuesta hasta el momento es tan simple como que pertenece al ámbito del Analisis Factorial Multivariado.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Addinsoft, S. A. R. L. (2014). XLSTAT software, versión 9.0. Paris, France.

Bécue, M., Pages, J., & Pardo, C. E. (2005). Contingency table with a double partition on rows and colums. visualization and comparison of the partial and global structures. Applied stochastic models and data analysis, 355-364.

Bécue-Bertaut, M., & Pagès, J. (2004). A principal axes method for comparing contingency tables: MFACT. Computational Statistics & Data Analysis, 45(3), 481-503.

Brus, D. J., De Gruijter, J. J., Marsman, B. A., Visschers, R., Bregt, A. K., Breeuwsma, A., & Bouma, J. (1996). The performance of spatial interpolation methods and choropleth maps to estimate properties at points: a soil survey case study. Environmetrics, 7(1), 1-16.

Burrough, P. A., & McDonnell, R. A. (1998). Creating continuous surfaces from point data. Principles of Geographic Information Systems. Oxford University Press, Oxford, UK.

Burrough, P. A., & McDonnell, R. A. (1998). Principles of GIS. Oxford University Press: London, UK.

Burrough, P., & McDonnell, R. (1998). Spatial Information Systems and Geostatistics. P. Burrough, & R. McDonnell, Principles of Geographical Information Systems, 333.

Cailliez, F., & Pages, J. P. (1976). Introduction à l'analyse des données: Avec des contributions de JC Amiard, ua. Société de mathématiques appliquées et de sciences humaines.

Cardinet, J., TOURNEUR, W., Allal, L. (1976). The symmetry of generalizability theory: Applications to educational measurement. Journal of Educational Measurement, 13(2), 119-135.

Cardinet, J., Tourneur, Y., & Allal, L. (1976). The symmetry of generalizability theory: Applications to educational measurement. Journal of Educational Measurement, 119-135.

Cazes, P. (1976). S. Bonnefous A. Baumerder JP Pages. Statistique et analyse des données, 1(2), 48-62..

Cazes, P. (2011). Some comments on correspondence analysis. Rennes, France: Agrocampus Ouest, 36.

CHILÉS, J., & DELFINER, P. (1999). Geoestadistics Modeling Spatial uncertainty: Wiley Series In Probability and Statistics. United Sates of America: sn 1999.

Escoufier, M. Y., Segura, D. D. L. F. G. (1980). Elementos Básicos en el Análisis en Componentes Principales (ACP). In ANALES (p. 51).

Esteban, R. A., Riocerezo, M. G, Castro, C. H., Pascual, E. V. Rasgos básicos del sector agrario castellano-leonés; un nuevo planteamiento espacial y temporal. Metodología Satis.

Hosseini, E., Gallichand, J., & Caron, J. (1993). Comparison of several interpolators for smoothing hydraulic conductivity data in South West Iran. Transactions of the ASAE, 36(6), 1687-1693.

Isaaks, E. H. S., Isaaks, M. R. E. H., & Srivastava, M. R. (1989). Applied geostatistics (No. 551.72 ISA).

Laslett, G. M., McBratney, A. B., Pahl, P., & Hutchinson, M. F. (1987). Comparison of several spatial prediction methods for soil pH. European Journal of Soil Science, 38(2), 325-341.

Legato, A. M., & Alonso, A. H. (2013). Resultados óptimos demandan herramientas de mayor precisión: el aporte de Mínimos Cuadrados Parciales (PLS). *Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*, (10), 37-61.

Li, J., & Heap, A. D. (2014). Spatial interpolation methods applied in the environmental sciences: A review. Environmental Modelling & Software, 53, 173-189.

Liggett, R. E. (2010). Multivariate approaches for relating consumer preference to sensory characteristics (Doctoral dissertation, The Ohio State University).

Manly, T., Robertson, I. H., Anderson, V., & Nimmo-Smith, I. (1994). The test of everyday attention (TEA-CH). Bury St. Edmunds: Thames Valley Test Company.

McBratney, A. B., Webster, R., & Burgess, T. M. (1981). The design of optimal sampling schemes for local estimation and mapping of of regionalized variables—I: Theory and method. Computers & Geosciences, 7(4), 331-334.

Miranda-Salas, M., & Condal, A. R. (2003). Importancia del análisis estadístico exploratorio en el proceso de interpolación espacial: caso de estudio Reserva Forestal Valdivia. Bosque (Valdivia), 24(2), 29-42.

[25] Oliver, MA y Webster, R. (1990). Kriging: un método de interpolación para sistemas de información geográfica. Revista Internacional del Sistema de Información Geográfica, 4 (3), 313-332.

Oliver, MA y Webster, R. (1991). Cómo puede ayudarle la geoestadística. Manejo y uso del suelo , 7 (4), 206-217.

Pages, J. P., Escoufier, Y., & Cazes, P. (1976). Opérateurs et analyse des tableaux à plus de deux dimensions. Cahiers du Bureau universitaire de recherche opérationnelle Série Recherche, 25, 61-89.

Shepard, D. (1968, January). A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data. In Proceedings of the 1968 23rd ACM national conference (pp. 517-524). ACM.]

Tobler, WR (1975). Operadores lineales aplicados a datos de área. Visualización y análisis de datos espaciales , 14-37.; Tobler, W. (1975). Patrones de interacción espacial.

Warrick, S. S., & Crumrine, R. S. (1986). Predictors of success in an anesthesiology residency. Academic Medicine, 61(7), 591-5.

Warrick, S. S., & Crumrine, R. S. (1986). Predictors of success in an anesthesiology residency. Journal of medical education, 61(7), 591-595.

Webster, R., & Oliver, M. A. (2001). Geostatistics for environmental scientists (Statistics in Practice).

Webster, R., & Oliver, M. A. (2001). Local estimation or prediction: kriging. Geostatistics for Environmental Scientists, Second Edition, 153-194.

Webster, R., Welham, SJ, Potts, JM y Oliver, MA (2006). Estimación de las escalas espaciales de variables regionalizadas mediante muestreo anidado, análisis jerárquico de varianza y máxima verosimilitud residual. Computadoras y geociencias, 32 (9), 1320-1333.